



Шифр

--	--	--	--

13 ноября 2019 года

**МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ  
2019/2020 УЧЕБНОГО ГОДА**

**Комплект заданий для учеников 11 классов**

Номер задания	Макс. балл	Баллы
1	7	
2	7	
3	7	
4	7	
5	7	
6	7	
Общий балл	42	

Председатель жюри:

\_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_)

Члены жюри:

\_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_)

\_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_)

\_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_)

## ***Уважаемый участник Олимпиады!***

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п. (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

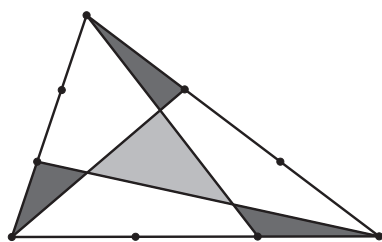
**Максимальная оценка — 42 балла.**

**Время на выполнение заданий — 4 часа.**

***Желаем вам успеха!***

**11.1.** В каждую клетку квадрата  $2 \times 2$  вставлено по числу. Все числа попарно различны, сумма чисел в первой строке равна сумме чисел во второй строке, а произведение чисел в первом столбце равно произведению чисел во втором столбце. Докажите, что сумма всех четырёх чисел равна нулю.

**11.2.** В городе Перпендикуляринске решили построить новые дома из нескольких этажей (некоторые из них могут быть и одноэтажными), но так, чтобы суммарное число этажей было равно 30. Архитектор города Параллельников предложил проект, согласно которому, если после постройки залезть на крышу каждого нового дома, сосчитать число более низких новых домов и сложить все такие числа, то полученная сумма будет максимально большой. Чему равна указанная сумма? Сколько при этом домов, и какой этажности предлагается построить?



К условию задачи 11.3

**11.3.** В этот раз пиццу испекли почему-то в форме неправильного треугольника и разрезали на 7 частей тремя прямолинейными разрезами, как указано на рисунке (каждый разрез проводился из вершины в точку, делящую сторону в отношении 1:2).

Билли, Вилли и Дилли взяли себе по треугольному кусочку с углов (они отмечены более тёмным цветом), а дядюшка Скрудж — треугольный кусочек из середины (светло-серый цвет). Докажите, что дядюшка Скрудж съел столько же пиццы, сколько все три его племянника вместе взятые.

**11.4.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x\sqrt{1-y^2} = \frac{1}{4}(\sqrt{3}+1), \\ y\sqrt{1-x^2} = \frac{1}{4}(\sqrt{3}-1). \end{cases}$$

**11.5.** В пространстве проведена прямая  $l$  и отмечена точка  $P$ , не лежащая на этой прямой. Найдите геометрическое место точек — проекций точки  $P$  на всевозможные плоскости, проходящие через прямую  $l$ .

**11.6.** Шериф считает, что если он поймал в некоторый день количество бандитов, которое является простым числом, то ему повезло. В понедельник и во вторник шерифу везло, а начиная со среды количество пойманных им бандитов было равно сумме позавчерашнего и удвоенного вчерашнего числа. Какое максимальное число дней подряд шерифу могло везти на этой неделе? Ответ обоснуйте.